Übungsklausur - Kursstufe 1 - Analysis

Aufgabenstellungen

Marvin Gassmann

20. November 2023

Schwierigkeitsgrade:

Leicht: ★★☆☆

Mittel: ★★★☆☆

Schwer: ★★★★★

Aufgabe 1:

Schwierigkeitsgrad: ★★☆☆ - ★★★★★

Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^3 - 3x - 4$ mit maximalem Definitionsbereich D_f . G_f bildet mit den Koordinatenachsen im vierten Quadranten (Feld unten rechts) eine Fläche, in welcher ein Viereck konstruiert werden soll. Man bestimme die Eckpunkte des Vierecks, sodass dessen Flächeninhalt maximal wird.

Aufgabe 2:

Schwierigkeitsgrad: Crazy Shit!!!!!!!

Man bestimme die Länge und Breite jenes Rechtecks, dass innerhalb des allgemeinen gleichschenkligen Dreiecks liegt. Die Seitenlängen sind so zu wählen, dass der Flächeninhalt des Rechtecks maximal wird.

Tipp: ztasnelhartS

Aufgabe 3:

Schwierigkeitsgrad: ★★☆☆ - ★★★★★

Leite die folgenden Funktionen ab.

- a) $f(x) = (x \cdot \sin(x))^2$
- b) $g(x) = \frac{x^2}{x^2+3}$
- c) $h(x) = (2x + 5)^{13}$
- d) $i(t) = \sqrt[3]{x^2} \cdot (x^2 + 1)^3$
- e) $j(x) = k^2(x)$

Aufgabe 4:

Schwierigkeitsgrad: ★★☆☆

Der Querschnitt eines Eisenbahntunnels hat die Form eines Rechtecks mit aufgesetztem Halbkreis. Wie müssen die Maße gewählt werden, damit bei einer vorgegebenen Querschnittsfläche von $45m^2$ der Umfang am kleinsten wird?

Aufgabe 5:

Schwierigkeitsgrad: ★★☆☆

Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = x^2$. Man beweise, dass $f'(x) = 2x$ ist.

Aufgabe 6:

Schwierigkeitsgrad: ★☆☆☆

Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$. Man bestimme die Gleichung der Tangenten im Wendepunkt von f .

Aufgabe 7:

Schwierigkeitsgrad: ★★☆☆

Man bestimme die ganzrationale Funktion dritten Grades für die gilt:
Der Punkt $P(1|4)$ liegt auf dem Graphen, $W(3|6)$ ist ein Wendepunkt und an der Stelle $x_1 = 4$ befindet sich eine horizontale Tangente.

Aufgabe 8:

Schwierigkeitsgrad: ★☆☆☆ - ★★☆☆

Man bestimme das Monotonieverhalten der folgenden Funktionen.

a) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 6$

b) $g(x) = 3x^4 + 8x^3 - 48x^2 + 3$

c) $h(x) = \frac{2x^2}{2x-1}$

Aufgabe 9:

Schwierigkeitsgrad: ★★☆☆ - ★★★☆☆

Eine Tangente an den Graphen der Funktion f mit $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ soll durch den Punkt $P(5|0)$ verlaufen.

- a) Man bestimme den Berührungspunkt B und eine Gleichung der Tangente.
- b) Man zeige, dass jede Normale an den Graphen von f durch den Ursprung verläuft.
- c) Man beschreibe den Graphen von f in Worten.

Aufgabe 10:

Schwierigkeitsgrad: ★★☆☆ - ★★★☆☆

Man führe eine Kurvendiskussion an den folgenden Funktionen durch.

- a) $f(x) = x^3 - x$
- b) $g(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{x - 2}$
- c) $h(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$
- d) $i(x) = -\frac{1}{36} \cdot (3x^5 - 50x^3 + 135x)$